Hoofdstuk 1: Combinatoriek.

1.1 Telproblemen visualiseren

Opgave 1:

a. $2 \cdot 3 = 6$

b. voordeel: een wegendiagram is compacter
nadeel: bij een wegendiagram moet je weten dat je moet vermenigvuldigen terwijl je bij een boomdiagram het aantal mogelijkheden kunt tellen door het aantal eindpunten te tellen.

Opgave 2:

a.

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

b. 10

c. 6-3 5-4 4-5 3-6
6-4 5-5 4-6
6-5 5-6
6-6

Opgave 3:

a. ieder team speelt één keer tegen ieder ander team.

b. rooster

c. Ieder team speelt vier wedstrijden dus zou je zeggen: $5 \cdot 4 = 20$ maar dan speelt 4v1 thuis tegen 4v2 maar 4v1 speelt ook uit tegen 4v2 want deze wedstrijd tel je bij 4v2.
Dus $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10$ wedstrijden.

d. ieder team speelt $n-1$ wedstrijden, dus totaal $\frac{1}{2} \cdot n \cdot (n-1)$ wedstrijden.

Opgave 4:

a. per groep: $5 \cdot 4 = 20$ wedstrijden
afvalfase: er moeten 7 teams afvallen dus $7 \cdot 2 = 14$ wedstrijden
totaal: $8 \cdot 20 + 14 = 174$ wedstrijden

b. groepsfase: $4 \cdot 2 = 8$ wedstrijden
afvalfase: $3 \cdot 2 = 6$ wedstrijden
totaal: $8 + 6 = 14$ wedstrijden

Opgave 5:

a. BAAA , ABAA , AABA , ABBB , BABB , BBAB

b. 3 sets: 2 mogelijkheden (AAA of BBB)
4 sets: 6 mogelijkheden (zie a)
5 sets: 12 mogelijkheden (BBAAA , BABAA, BAABA , ABBAA, ABABA , AABBA
dus A kan op 6 manieren winnen, dus B ook)

totaal: $2+6+12=20$ mogelijkheden

Opgave 6:
De eerste en derde baan mogen dezelfde kleur hebben, dus $3\cdot 2\cdot 2=12$ mogelijkheden.

Opgave 7:

Som

8	9	10	11	12
7	8	9	10	11
6	7	8	9	10
5	6	7	8	9
4	5	6	7	8
3	4	5	6	7
2	3	4	5	6
1	2	3	4	5
	1	**2**	**3**	**4**

product

8	8	16	24	32
7	7	14	21	28
6	6	12	18	24
5	5	10	15	20
4	4	8	12	16
3	3	6	9	12
2	2	4	6	8
1	1	2	3	4
	1	**2**	**3**	**4**

a. 4
b. 18
c. 3

Opgave 8:
a. 6 mogelijkheden ; 664 , 646 , 466 , 655 , 565 , 556
b. som 16: 6 mogelijkheden
som 17: 3 mogelijkheden ; 665 , 656 , 566
som 18: 1 mogelijkheid ; 666
dus totaal $6+3+1=10$
c. 10 mogelijkheden ; 114 , 141 , 411 ,123 , 132 , 213 , 231 , 312 , 321 , 222

Opgave 9:

		muziek		
		wel	**niet**	
sport	**wel**	8	10	18
	niet	4	10	14
		12	20	32

Dus 8 leerlingen doen aan sport en muziek.

Opgave 10:

		wiskunde		
		voldoende	**onvoldoende**	
Engels	**voldoende**	15	2	17
	onvoldoende	7	4	11
		22	6	28

Dus 15 leerlingen hebben voor beide vakken een voldoende.

Opgave 11:

	alcohol			
technische staat auto		**geen**	**te veel**	
	goed	410	70	480
	slecht	26	6	32
		436	76	512

Dus 410 bestuurders kregen geen bekeuring.

Dat is $\frac{410}{512} \cdot 100\% = 80\%$

1.2 Tellen met en zonder herhaling

Opgave 12:
a. $2 \cdot 5 \cdot 3 = 30$
b. $1 \cdot 5 \cdot 2 = 10$

Opgave 13:
a. $2 \cdot 4 \cdot 5 = 40$
b. $2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \cdot 3 = 52$
c. AAC of ACA of CAA dus $2 \cdot 4 \cdot 0 + 2 \cdot 2 \cdot 5 + 1 \cdot 4 \cdot 5 = 40$
d. $3 \cdot 6 \cdot 5 = 90$
e. 3 keer geel of 3 keer rood of 3 keer blauw of 3 keer groen
$1 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 2 = 20$
f. ggr of grg of rgg dus $1 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Opgave 14:
a. $11 \cdot 8 \cdot 5 = 440$
b. $11 \cdot (8+5) = 143$

Opgave 15:
a. $4 \cdot 2 \cdot 5 = 40$
b. $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$
c. $4 \cdot 2 \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \cdot 2 = 76$
d. $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$
e. vff of fvf of ffv dus $3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 4 = 48$

Opgave 16:
Omdat ze al dan niet een jasje draagt heeft ze wat betreft het jasje dus een extra mogelijkheid.
a. $3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 3 = 216$
b. $5 \cdot (4+3) \cdot (6+4) \cdot 4 = 1400$
c. $5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 320$

Opgave 17:
de tweede letter moet anders zijn dan de eerste: $4 \cdot 3 = 12$
de letters mogen gelijk zijn: $4 \cdot 4 = 16$

Opgave 18:
a. $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$
b. het eerste cijfer is dus 3,4 of 5 dus $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 180$
c. als het eerste cijfer een 6 is dan moet het tweede cijfer een 5,6,7 of 8 zijn
of het eerste cijfer is een 7 of een 8, de overige cijfers maken dan niet uit
$1 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 + 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 576$

Opgave 19:
a. $26^3 = 17576$
b. $26 \cdot 25 \cdot 25 = 16250$ (de eerste en derde letter mogen gelijk zijn)
c. $1 \cdot 26^2 = 676$

Opgave 20:

a. $10 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 = 17576000$

b. $10 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 10 = 882000$

c. $10 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 8 = 547200$

d. $10 \cdot 10 \cdot 17 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 10 = 7497000$

Opgave 21:

a. $4^5 = 1024$

b. $4^4 = 256$

c. $4 \cdot 3^4 = 324$

d. een mogelijke code is ♣♣♣♣□ , dat kan op 3 manieren
aangezien het andere symbool op 5 plaatsen kan staan zijn er dus $5 \cdot 3 = 15$ codes

Opgave 22:

a. Voor ieder hokje zijn er twee mogelijkheden: wel of niet zwart, dus $2^{25} = 33554432$.

b. $33554432 : 100 \cdot 0{,}1 = 33554{,}432$ mm $= 33{,}55$ m

c. Er zijn nog 9 hokjes over om wel of niet zwart te kleuren, dus $2^9 = 512$.

Opgave 23:

a. $15 \cdot 26 \cdot 25 = 9750$

b. $15 \cdot 12 \cdot 11 = 1980$

c. drank jongen, hapjes meisje: $12 \cdot 15 \cdot 25 = 4500$
drank meisje, hapjes jongen: $12 \cdot 15 \cdot 25 = 4500$
dus totaal $4500 + 4500 = 9000$

Opgave 24:

a. $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 144$

b. jmjmjmj dus $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 144$

c. $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

d. $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 240$

e. P…..P of E…..E dus $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 960$

f. mjj…. of jmm…. dus $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 1440$

Opgave 25:

a. elke letter hoogstens één keer: $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$
elke letter vaker: $6^3 = 216$

b. geen gelijke letters: $6 + 6 \cdot 5 + 6 \cdot 5 \cdot 4 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 1956$
wel gelijke letters: $6 + 6^2 + 6^3 + 6^4 + 6^5 + 6^6 = 55986$

Opgave 26:

a. het eerste cijfer is een 2, 3 of 4 dus $3 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 3 = 972$

b. $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 360$

c.

eerste cijfer	tweede cijfer	derde cijfer	
5	6 of 7		$= 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 = 16$
6 of 7	5		$= 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 = 16$
6 of 7	geen 5	5	$= 2 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 16$
6 of 7	geen 5	geen 5	$= 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 144$

Dus totaal: $16 + 16 + 16 + 144 = 192$

d. eerste cijfer tweede cijfer derde cijfer

5			$=1\cdot 5\cdot 4\cdot 2\cdot 1=40$
	5		$=5\cdot 1\cdot 4\cdot 2\cdot 1=40$
		5	$=5\cdot 4\cdot 1\cdot 2\cdot 1=40$
geen 5	geen 5	geen 5	$=5\cdot 4\cdot 3\cdot 3\cdot 2=360$

dus totaal: $40+40+40+360=480$

Opgave 27:

a. $12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5=19958400$
b. $12\cdot 11^7=233846052$
c. $12^8=429981696$
d. $11\cdot 12\cdot 1\cdot 11\cdot 1\cdot 11\cdot 11\cdot 11=1932612$

Opgave 28:

a. $14\cdot 5=70$
b. $5\cdot 26+26\cdot 5=260$
c. $14\cdot 17\cdot 2=476$
d. $19\cdot 18+5\cdot 4+7\cdot 6=404$
e. de eerste leerling is 16 en de tweede leerling is 15
of de eerste leerling is 17 en dan is de tweede leerling 15 of 16
$5\cdot 19+7\cdot(19+5)=263$

Opgave 29:

a. een code van vier letters waarbij gelijke letters zijn toegestaan
b. een code van drie verschillende letters
c. een code van twee verschillende letters of een code van drie letters waarbij gelijke letters zijn toegestaan
d. een code van drie letters waarbij twee naast elkaar staande letters moeten verschillen

1.3 Permutaties

Opgave 30:

a. $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

b. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3628800$

Opgave 31:

$12\ n\text{Pr}\ 5 = 95040$

Opgave 32:

$14\ n\text{Pr}\ 10 = 3632428800$

Opgave 33:

a. $4! = 24$

b. $3! = 6$

Opgave 34:

a. $6! = 720$ manieren

dus $720 \cdot 2 = 1440$ sec = 24 min

b. $8! = 40320$ manieren

dus $40320 \cdot 2 = 80640$ sec = 22,4 *uur*

Opgave 35:

a. $9! = 362880$

b. $9 \cdot 8 = 72$

c. $9\ n\text{Pr}\ 6 = 60480$

Opgave 36:

a. hoeveel codes zijn er met zes verschillende letters?

b. hoeveel codes zijn er met 3 verschillende letters?

c. hoeveel codes van vier letters zijn er als iedere letter meerdere keren mag voorkomen?

d. hoeveel codes van vier letters zijn er die beginnen met een a of een b en waarbij de overige letters geen a of b zijn maar een letter wel vaker gebruikt mag worden?

Opgave 37:

a. $8! = 40320$

b. Als je de wiskundeboeken als één blok ziet zijn er $4!$ manieren om het blok wiskundeboeken en de drie scheikundeboeken te verwisselen.
Maar de wiskundeboeken kun je onderling ook op $5!$ manieren verwisselen.
Dus totaal $4! \cdot 5! = 2880$ manieren.

c. $5! \cdot 3! + 3! \cdot 5! = 1440$

Opgave 38:

a. $3 \cdot 7! \cdot 2 = 30240$

b. $6! \cdot 4! = 17280$

c. er zijn drie manieren om de romantische stukken om en om te spelen; namelijk:
r . r . r . r . .   of . r . r . r . r .   of . . r . r . r . r

dus: $4\cdot5\cdot3\cdot4\cdot2\cdot3\cdot1\cdot2\cdot1+5\cdot4\cdot4\cdot3\cdot3\cdot2\cdot2\cdot1\cdot1+5\cdot4\cdot4\cdot3\cdot3\cdot2\cdot2\cdot1\cdot1=8640$
of sneller: $3\cdot5!\cdot4!=8640$

d. de drie genres kun je op $3!$ manieren verwisselen
dus $3!\cdot3!\cdot4!\cdot2!=1728$

Opgave 39:

a. DOP , DPO , OPD , ODP , POD , PDO

b. POP , PPO , OPP

c. als je de twee P's verwisselt staat er hetzelfde woord, dus de twee P's kun je op $2!$ manieren verwisselen, dus er zijn $\frac{3!}{2!}=3$ manieren.

Opgave 40:

a. $\frac{9!}{4!\cdot2!}=7560$

b. $\frac{9!}{4!\cdot2!}=7560$

c. $\frac{16!}{3!\cdot5!\cdot2!\cdot2!\cdot2!}=3632428800$

d. $\frac{11!}{4!\cdot4!\cdot2!}=34650$

Opgave 41:

$\frac{10!}{4!\cdot3!\cdot3!}=4200$

1.4 Combinaties

Opgave 42:

a. $4\, n\,\mathrm{Pr}\, 2 = 12$

b. $12 : 2 = 6$

Opgave 43:

a. combinatie
b. permutatie
c. combinatie
d. combinatie
e. permutatie

Opgave 44:

a. $\binom{18}{4} = 3060$

b. $\binom{45}{6} = 8145060$

c. $\binom{20}{5} = 15504$

Opgave 45:

a. $\binom{12}{3} = 220$

b. $\binom{10}{5} = 252$

c. $12 \cdot 10 \cdot 7 = 840$

d. $29\, n\,\mathrm{Pr}\, 5 = 14250600$

e. je hebt dus eigenlijk 9 plaatsen: 1 keer klassiek, 1 keer pop en 7 keer Nederlandstalig dus: $9! \cdot 12! \cdot 10! = 6{,}3 \cdot 10^{20}$

f. $\binom{7}{3} = 35$

Opgave 46:

a. $\binom{15}{5} = 3003$

b. $\binom{13}{5} = 1287$ dus het aantal vermindert met: $3003 - 1287 = 1716$

Opgave 47:

a. $\binom{28}{8} = 3108105$

b. $8! = 40320$

c. $\binom{8}{5} = 56$

d. $\binom{20}{6} = 38760$

<u>Opgave 48:</u>

a. $\binom{60}{5} = 5461512$

b. $\binom{40}{4} = 91390$

c. $\binom{60}{5} \cdot \binom{40}{4} = 5 \cdot 10^{11}$

<u>Opgave 49:</u>

a. $\binom{6}{3} \cdot \binom{9}{3} = 1680$

b. $\binom{6}{6} = 1$

c. $\binom{6}{6} + \binom{6}{5} \cdot \binom{9}{1} = 55$

d. meer dan vier jongens is hetzelfde als hoogstens één meisje, dus zie opgave c: 55

<u>Opgave 50:</u>

a. $\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{5}{2} = 180$

b. je let op blauw of niet blauw, dus je hebt vijf blauwe en zeven niet blauwe knikkers.
$\binom{5}{4} \cdot \binom{7}{1} + \binom{5}{5} = 36$

c. $\binom{4}{1} \cdot \binom{8}{4} + \binom{8}{5} = 336$

d. $\binom{7}{5} = 21$

<u>Opgave 51:</u>

a. $\binom{6}{3} = 20$

b. $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

c. $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

<u>Opgave 52:</u>

a. $\binom{36}{8} = 30260340$

b. $\binom{36}{4} \cdot \binom{33}{4} = 2410392600$

c. $\binom{20}{2} \cdot \binom{36}{5} \cdot \binom{13}{1} = 931170240$

d. $\binom{36}{7} \cdot \binom{33}{1} + \binom{36}{8} = 305733780$

e. $\binom{16}{2} \cdot \binom{53}{6} = 2754897600$

Opgave 53:

a. $\binom{4}{2} \cdot \binom{7}{3} \cdot 3 = 630$

b. $\binom{4}{2} \cdot \binom{3}{2} + \binom{4}{3} \cdot \binom{3}{2} + \binom{4}{4} \cdot \binom{3}{2} = 33$

c. 2 vlees + 2 vis of 2 vlees + 3 vis of 3 vlees + 2 vis of 3 vlees + 3 vis
$\binom{7}{2} \cdot \binom{5}{2} + \binom{7}{2} \cdot \binom{5}{3} + \binom{7}{3} \cdot \binom{5}{2} + \binom{7}{3} \cdot \binom{5}{3} = 1120$ per soort pizza
Dus total: $3 \cdot 1120 = 3360$

Opgave 54:

a. $\binom{3}{1} \cdot \binom{8}{4} \cdot \binom{6}{4} \cdot \binom{5}{2} = 31500$

b. Kies eerst de twee aanvallers, dat kan op $\binom{5}{2}$ manieren.
De drie overgebleven aanvallers komen nu bij de zes middenvelders, dus heb je negen middenvelders waarvan je er vier moet kiezen, dat kan op $\binom{9}{4}$ manieren
Dus totaal: $\binom{5}{2} \cdot \binom{9}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \binom{3}{1} = 264600$

Opgave 55:

a. nee, want het aantal verschillende combinaties is $\binom{44}{6} = 7059052$
het verschil is dus $7059052 - 5000000 = 2059052$

b. $27 \cdot \frac{2}{3} - 5 = 13$ miljoen bedraagt de netto winst
per deelnemer: $\frac{13000000}{2500 \cdot 20} = 260$ per jaar $= 21{,}67$ per maand

Opgave 56:

a. op hoeveel manieren kun je zeven mensen op een rij zetten?

b. op hoeveel manieren kun je drie mensen kiezen uit een groep van zeven mensen?

c. maak een code door eerst een letter te kiezen uit a,b,c,d,e,f of g en daarna een cijfer te kiezen uit 1,2 of 3. Hoeveel verschillende codes kun je zo maken?
d. Hoeveel codes van drie letters kun je maken uit a,b,c,d,e,f of g als gelijke letters zijn toegestaan?
e. Op hoeveel manieren kun je zeven driekeuzevragen invullen?
f. Op hoeveel manieren kun je een top-drie samenstellen uit zeven boeken?

Opgave 57:

a. $\binom{17}{0}=1$ $\binom{17}{1}=17$ $\binom{17}{16}=17$ $\binom{17}{17}=1$

b. $\binom{17}{0}=1$ want van 17 dingen er 0 kiezen kan op 1 manier, namelijk allemaal niet kiezen

$\binom{17}{1}=17$ want van 17 dingen er 1 kiezen kan op 17 manieren

$\binom{17}{16}=17$ want als je van de 17 dingen er 16 kiest kies je er 1 niet dus is het eigenlijk hetzelfde als $\binom{17}{1}=17$

$\binom{17}{17}=1$ want als je van 17 dingen er 17 moet kiezen kan dat op 1 manier door ze namelijk allemaal te kiezen

c. $\binom{n}{0}=1$ $\binom{n}{1}=n$ $\binom{n}{n-1}=n$ $\binom{n}{n}=1$

Opgave 58:

a. $\binom{20}{5}\cdot\binom{15}{5}\cdot\binom{10}{5}\cdot\binom{5}{5}=1{,}2\cdot 10^{10}$

b. $\binom{30}{6}\cdot\binom{24}{6}\cdot\binom{18}{6}\cdot\binom{12}{6}=1{,}4\cdot 10^{18}$

c. $\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{3}\cdot\binom{3}{3}=560$

Opgave 59:

$\binom{10}{1}\cdot\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{6}=840$

Opgave 60:

Als je de ene groep gekozen hebt, ligt de andere groep vast.

$\binom{12}{2}+\binom{12}{3}+\binom{12}{4}+\binom{12}{5}=1573$

Opgave 61:

Kies er eerst 3 uit, dus $\binom{12}{3}$

Dan heb je er nog 9 over waarvan je er 4 moet kiezen, dus $\binom{9}{4}$.

Tot slot moet je de overgebleven 5 stuks allemaal kiezen, dus $\binom{5}{5}$.

Dus totaal: $\binom{12}{3} \cdot \binom{9}{4} \cdot \binom{5}{5}$.

Of: je hebt 3 keer groep A, 4 keer groep B en 5 keer groep C, dus $\dfrac{12!}{3! \cdot 4! \cdot 5!}$

1.5 De driehoek van Pascal

Opgave 62:

a. combinaties, het gaat er alleen om welke twee vierkantjes je groen maakt, niet in welke volgorde.

b. $\binom{6}{2} = 15$

Opgave 63:

a. $2^{10} = 1024$

b. $\binom{10}{8} = 45$

c. $\binom{10}{5} = 252$

d. $2^{8} = 256$

e. $\binom{8}{3} = 56$

Opgave 64:

a. $2^{20} = 1048576$

b. $\binom{20}{15} = 15504$

c. $\binom{20}{16} + \binom{20}{17} + \binom{20}{18} + \binom{20}{19} + \binom{20}{20} = 6196$

dat is $\frac{6196}{1048576} \cdot 100\% = 0{,}6\%$

Opgave 65:

a. voor ieder lampje zijn er twee mogelijkheden: aan of uit.
dus totaal $2^{19} = 524288$

b. $\binom{19}{5} = 11628$

c. $\binom{19}{0} + \binom{19}{1} = 20$

d. je houdt nog 16 lampjes over die aan of uit kunnen zijn, dus $2^{16} = 65536$

Opgave 66:

a. $\binom{12}{5} = 792$

b. $\binom{12}{4} \cdot \binom{8}{5} = 27720$

c. $\binom{12}{3} \cdot \binom{9}{4} \cdot \binom{5}{2} = 277200$

Opgave 67:

a. OOOONNNN of ONONONON

b. ja, nee

c. 8 letters, waarvan 4 keer een N

d. $\binom{8}{4} = 70$

Opgave 68:

a. $\binom{14}{6} = 3003$

b. $\binom{8}{5} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{5}{3} = 2240$

c. $\binom{7}{4} \cdot \binom{8}{3} = 1960$

Opgave 69:

a. $\binom{5}{2} \cdot \binom{6}{3} \cdot \binom{8}{5} = 11200$

b. $\binom{4}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{9}{6} \cdot \binom{2}{1} = 2016$

Opgave 70:

a. de kortste route van P naar Q is vier keer naar rechts en dat kan maar op 1 manier.

$\binom{4}{2} \cdot 1 \cdot \binom{4}{2} = 36$

b. $2 \cdot 1 \cdot \binom{5}{3} \cdot 1 \cdot \binom{5}{2} = 200$

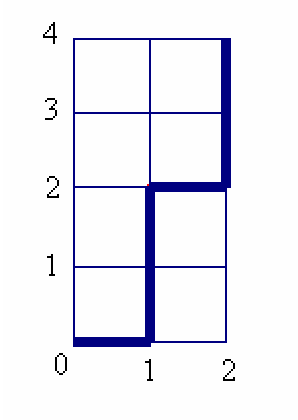
Opgave 71:

a. $\binom{12}{8} \cdot \binom{15}{12} = 225225$

b. $\binom{12}{8} \cdot 1 \cdot \binom{10}{6} = 103950$

Opgave 72:

a.



b. $\binom{6}{2} = 15$

c. $\binom{4}{3} \cdot \binom{5}{2} = 40$

Opgave 73:

a. $\binom{9}{6} = 84$

b. $2^4 = 16$

Opgave 74:

a. je moet zes keer kiezen tussen links of rechts, maar om vanuit T in A te komen moet je twee keer naar rechts kiezen.

b. het onderste getal geeft het aantal keer aan dat je naar rechts gaat.
som: $2^6 = 64$

c.
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

d.
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

e. $2^{10} = 1024$

Opgave 75:

a. $\binom{10}{7} = 120$

b. $\binom{10}{1} = 10$

c. $2^{10} = 1024$

d. $\binom{5}{2} \cdot 2^5 = 320$

Opgave 76:

$\binom{6}{3} = 20$

Opgave 77:

a. $\binom{8}{4} = 70$

b. $2 \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{7}{3} = 700$

1.6 Diagnostische toets

Opgave 1:

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

som

6	6	12	18	24	30	36
5	5	10	15	20	25	30
4	4	8	12	16	20	24
3	3	6	9	12	15	18
2	2	4	6	8	10	12
1	1	2	3	4	5	6
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

product

a. 5
b. 10
c. 17

Opgave 2:

a. som 3: 1 manier (111)
som 4: 3 manieren (112 , 121 , 211)
som 5: 6 manieren (113 , 131 , 311 , 122 , 212 , 221)
dus totaal : $1+3+6=10$
b. 10 manieren
114 , 141 , 411 , 123 ,132 , 213 , 231 , 321 , 312 , 222

Opgave 3:

	vader			
moeder		**wel**	**niet**	
	wel	4	16	20
	niet	11	69	80
		15	85	100

Dus van 11 studenten heeft alleen de vader aan een universiteit gestudeerd.

Opgave 4:

a. $4\cdot 3\cdot 5\cdot 10 = 600$
b. $7\cdot 15 = 105$

Opgave 5:

a. $7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3 = 2520$
b. $3\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3 = 1080$
c. $7^5 = 16807$
d. als het eerste cijfer 5 is, dan kan het tweede cijfer 4,5,6,7 of 8 zijn, dus: $1\cdot 5\cdot 7^3 = 1715$
of het eerste cijfer is 6,7 of 8, dus: $3\cdot 7^4 = 7203$
totaal: $1715+7203=8918$

Opgave 6:

a. $8! = 40320$
b. het blok jongens fietsen en de 5 meisjes fietsen kun je op $6! = 720$ manieren rangschikken

de drie jongens fietsen kun je op $3! = 6$ manieren rangschikken
dus totaal: $6! \cdot 3! = 4320$ manieren

c. $5 \cdot 6! \cdot 4 = 14400$

Opgave 7:

a. $\frac{7!}{2! \cdot 2!} = 1260$

b. $\frac{8!}{2! \cdot 3!} = 3360$

c. $\frac{10!}{2! \cdot 3!} = 302400$

d. $\frac{10!}{4! \cdot 2!} = 75600$

Opgave 8:

a. $\binom{6}{2} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} = 225$

b. $\binom{6}{2} \cdot \binom{8}{2} = 420$

c. $\binom{5}{3} \cdot \binom{9}{1} + \binom{5}{4} = 95$

d. $\binom{11}{4} = 330$

Opgave 9:

a. $\binom{10}{4} \cdot \binom{6}{4} = 3150$

b. je hebt 1 groep van 8 en 2 groepen van 6
of 2 groepen van 7 en 1 groep van 6
dus $\binom{20}{8} \cdot \binom{12}{6} + \binom{20}{7} \cdot \binom{13}{7} = 249420600$
als je ook nog kijkt naar welke of groep A bv 8 personen bevat en de groepen B en C ieder 6, dan zijn er totaal $249420600 \cdot 3 = 748261800$ manieren

Opgave 10:

a. $2^{16} = 65536$

b. $\binom{16}{8} = 12870$

c. $\binom{16}{14} + \binom{16}{15} + \binom{16}{16} = 137$

Opgave 11:

a. $\binom{11}{7} = 330$

b. $\binom{7}{5} \cdot \binom{4}{2} = 126$

c. $\binom{4}{3} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{4}{2} = 72$

Opgave 12:

$\binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} = 14$

Gemengde opgaven H1 Combinatoriek.

Opgave 1:

	man	vrouw	
jonger dan 25	38	174	212
25 of ouder	150	201	351
	188	375	563

a. 150

b. $\frac{201}{351} \cdot 100\% = 57{,}3\%$

Opgave 2:

a. $\binom{25}{3} = 2300$

b. $\binom{14}{2} \cdot \binom{14}{1} + \binom{14}{3} = 1638$

c. 15,16,17 of 15,16,18 of 15,17,18 of 16,17,18
$6 \cdot 14 \cdot 5 + 6 \cdot 14 \cdot 3 + 6 \cdot 5 \cdot 3 + 14 \cdot 5 \cdot 3 = 972$

Opgave 3:

a. $\binom{6}{2} = 15$

b. $2^6 - 1 = 63$

Opgave 4:

a. $2^3 = 8$

b. $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 30 > 26$ dus ja

Opgave 5:

a. $\binom{3}{2} \cdot \binom{6}{1} = 18$

b. $\binom{9}{3} = 84$

c. CDA,PvdA,VVD of CDA,PvdA,GB of CDA,VVD,BG of PvdA,VVD,GB
$3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 39$

d. $7! \cdot 3! = 30240$

e. $6! \cdot 3! \cdot 2! = 8640$

Opgave 6:

a. $\binom{7}{2} \cdot \binom{10}{5} \cdot \binom{9}{4} \cdot \binom{6}{2} = 10001880$

b. $\binom{6}{4} \cdot 1 \cdot \binom{10}{5} \cdot 1 = 3780$

c. *OBACO* of *OCABO*
$\binom{7}{2} \cdot 1 \cdot \binom{9}{4} \cdot 1 = 2646$

Opgave 7:

a. $\binom{31}{4} = 31465$

b. $\binom{6}{2} \cdot \binom{5}{2} = 150$

c. $\binom{31}{2} \cdot \binom{11}{2} = 25575$

d. $\binom{31}{2} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{5}{1} + \binom{31}{1} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{5}{1} + \binom{31}{1} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{5}{2} = 18135$

Opgave 8:

a. $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720$

b. $8^5 = 32768$

c. $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 = 120$

Opgave 9:

a. kies eerst drie plaatsen voor een 1, dus $\binom{8}{3} = 56$

kies daarna van de vijf plaatsen drie plaatsen voor een 2, dus $\binom{5}{3} = 10$

dus $\binom{8}{3} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{2} = 560$

b. kies eerst vier verschillende cijfers, dus $\binom{6}{4} = 15$

stel je hebt 11223344 gekozen, die kun je op $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 2520$ manieren rangschikken

dus totaal: $15 \cdot 2520 = 37800$

c. stel drie keer hetzelfde cijfer, dus bv 11123456 dat kan op $\frac{8!}{3!} = 6720$ manieren.

Maar je hebt keuze uit zes cijfers, dus $6 \cdot 6720 = 40320$

Stel twee keer twee dezelfde cijfers, dus bv 11223456 dat kan op $\frac{8!}{2! \cdot 2!} = 10080$ manieren

Twee keer twee paar kiezen, kan op $\binom{6}{2} = 15$ manieren, dus $15 \cdot 10080 = 151200$

Totaal: $40320 + 151200 = 191520$

Opgave 10:

a. je hebt 12 teams dus zijn er $12!$ manieren om die te rangschikken.
Stel je hebt de volgorde A-B, C-D, E-F, G-H, I-J, K-L , dan kun je deze zes paren op $6!$ manieren verwisselen, maar iedere manier levert dezelfde wedstrijden op.

Dus $\frac{12!}{6!} = 665280$ lotingen.

b. $4 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 15482880$

c. in de voorrondes 12 wedstrijden (uit en thuis)
per poule $3 \cdot 2 = 6$ wedstrijden, dus voor twee poules 12 wedstrijden
de finale is nog 1 wedstrijd
dus totaal $12 + 12 + 1 = 25$ wedstrijden

Opgave 11:

a. $\binom{12}{7} = 792$

b. $\binom{12}{7} \cdot 2^5 = 25344$

Opgave 12:

a. $\binom{12}{5} = 792$

b. $2^{12} = 4096$

c. $\binom{4}{1} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{3} = 96$

d. $\binom{4}{2} \cdot 2^8 = 1536$

Opgave 13:

a. $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 2520$

b. $\frac{14!}{5! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 4!} = 2522520$